

大物 II 第二章 质点动力学与刚体力学基础

一、选择题

1~5. C C B D B; 6~10. A ^C_A ^A_B A B; 11~13. A ^D_A B.

二、填空题

- 1、 0.01m/s;
- 2、 57J;
- 3、 1.51s 1.67
- 4、 -1.65E9J;
- 5、 $\frac{mv_0}{k}$;
- 6、 $\frac{1}{2}m\omega^2l$, 3.53E5;
- 7、 0.5s, $\int_0^t F_x dt$, 10N·s, 1000m/s;
- 8、 $\frac{GMm}{6R}$, $-\frac{GMm}{3R}$;
- 9、 $-\frac{8.9a}{x^{9.9}} + \frac{2b}{x^3}$;
- 10、 6m/s;
- 11、 6.545s ($\frac{25}{12}\pi s$);
- 12、 $\frac{1}{9}ml^2$, $\frac{3g\cos\theta}{2l}$;
- 13、 $2\sqrt{2}N \cdot s$;
- 14、 $\frac{J\omega_0}{J+mR^2}$.

三、简答题

1、保守力做功的特点：做功只由质点的始末位置决定，而与路径无关。即质点沿任意闭合路径运动一周，保守力做的功为零。力学中常见的保守力有重力、万有引力和弹性力。

2、根据板块运动机制理论，板块最终将移向两极，使地球赤道半径与极半径趋于相等。也就是从线速度大处（赤道平面）向线速度小处转移。使转速增加。

火山喷发时的情景正好相反，物质从半径小处向大处转移，从而使地球转速变慢。
对公转无影响。

四、计算题

1.

$$mg - F - f = ma,$$

令 $a=0$,

$$v_{\max} = \frac{mg - F}{0.2} = 15 \text{ m/s}.$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{0.2(v_{\max} - v)}{m}$$

$$\frac{1}{(v_{\max} - v)} dv = \frac{0.2}{m} dt$$

积分得

$$v = v_{\max} \left[1 - \exp\left(-\frac{0.2}{m} t\right) \right]$$

$t=2\text{s}$ 时,

$$v = 8.26 \text{ m/s}$$

.

2.

$$F = ma,$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{-cv}{m}$$

$$\frac{1}{v} dv = -\frac{c}{m} dt$$

积分得

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{c}{m} t\right)$$

$$s = \int v dt = \frac{mv_0}{c} \left[1 - \exp\left(-\frac{c}{m} t\right) \right]$$

3.

猴子加速度:

$$\ddot{y} = 1$$

整体受力:

$$-m\ddot{y} + ma_{\text{杆}} = 2mg$$

杆加速度:

$$a_{\text{杆}} = 2g + 1$$

$$\frac{1}{2}a_{\text{杆}}t^2 + \frac{1}{2}\ddot{y}t^2 = L$$

$$t = \sqrt{\frac{L}{g+1}}$$

4. 太阳质量为 m_s 、水星质量为 m 。

由角动量守恒可得 $mr_1v_1 = mr_2v_2$ (1)

水星绕太阳运行过程中，系统的机械能守恒。

由机械能守恒定律可得

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{Gmm_s}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{Gmm_s}{r_2} \quad (2)$$

联立 (1) 和 (2) 式，可得水星越过近日点时的速率为

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{2Gm_s \frac{r_2}{r_1(r_1 + r_2)}} \\ &= \left[2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.99 \times 10^{30} \times \frac{6.98}{4.59 \times (4.59 + 6.98) \times 10^{10}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 5.91 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

水星越过远日点时的速率为

$$v_2 = \frac{r_1}{r_2} v_1 = 5.91 \times 10^4 \times \frac{4.59}{6.98} = 3.89 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

5.

$$\begin{aligned} mg &= c_2 v_0^2 \\ \mu(mg - c_2 v^2) + c_1 v^2 &= ma \end{aligned}$$

得到

$$0.1 \left(1 + \frac{v^2}{v_0^2} \right) = \frac{a}{g}$$

$$\frac{a}{g} = \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{g} \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{v}{g} \frac{dv}{dx} = 0.1 \left(1 + \frac{v^2}{v_0^2} \right)$$

$$\frac{v}{1+\frac{v^2}{v_0^2}}dv=dx \quad (g=10)$$

积分得

$$x=\frac{v_0^2}{2}\ln\frac{1+\frac{v^2}{v_0^2}}{2}$$

v=0 时,

$$x=216.61m$$

6.

$$mv_0R=\left(\frac{1}{2}MR^2+mR^2\right)\omega$$

$$\omega=92.31rad/s$$

力矩

$$M=\int_0^R\mu\frac{M}{\pi R^2}g\cdot2\pi r\cdot rdr=\frac{2}{3}\mu MgR$$

$$Mt=mv_0R$$

得

$$t=15s.$$